

Control 5

P1. Sea $(S, *)$ una estructura algebraica con neutro e y $*$ una operación asociativa. Para $a \in S$ fijo, invertible para $*$ y con inverso $a^{-1} \in S$ se define la operación \triangle en S por:

$$\forall x, y \in S, \quad x \triangle y = x * a * y.$$

- (i) (2 ptos.) Demuestre que la ley \triangle es asociativa, tiene neutro y calcúlelo.
- (ii) (3 ptos.) Caracterice los elementos invertibles para \triangle y calcule el inverso de a con respecto a \triangle . Justifique sus respuestas.
- (iii) (1 pto.) Si $(S, *)$ es grupo, decida si (S, \triangle) también lo es. Justifique.

P2. Sea $A = (\mathbb{R} \setminus \{0\}) \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$. Se define sobre A la operación \circ por

$$(x, y) \circ (u, v) = (xu, yv).$$

- (i) (3 ptos.) Demuestre que (A, \circ) es un grupo abeliano.
- (ii) (3 ptos.) Considere $a \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ fijo. Se define $H \subseteq A$ por

$$H = \{(x, y) \in A \mid y = x^a\}.$$

Demuestre que (H, \circ) es subgrupo de (A, \circ) .

31 de mayo de 2008
Sin consultas
Tiempo: 1:15